

## HS II-04-2

## Stundenentwurf

Name:	Xenia Rendtel	Schule:
Semester:	1.	Schulleiter:
Fach:	Mathematik	Anleiterin:
Klasse:	10b	Hauptseminarleiter:
Datum der Stunde:	02.04.2004	Fachseminarleiterin:
Angeleiteter Unterricht		

**Thema der Unterrichtseinheit:** Wachstumsprozesse

**Thema der Stunde:** Zerfallsprozesse einführen und Verbindung zum Wachstum knüpfen

### Didaktische und methodische Anmerkungen

#### Anmerkungen zur Klasse

#### Einbettung des Themas in den Lehrplan

Nach dem Rahmenplan Mathematik sind in der zehnten Klasse Wachstumsprozesse und anschließend Logarithmusfunktionen vorgesehen.

#### Lernvoraussetzungen

Um mit den Exponentialfunktionen arbeiten zu können, haben die Schüler zuvor den Umgang mit Potenzen mit rationalen Exponenten gelernt.

#### Groblernziele

Es ist bereits das exponentielle Wachstum eingeführt worden. In dieser Stunde sollen die Schüler den exponentiellen Zerfall als Gegenstück dazu kennenlernen.

#### Feinlernziele

Die Schüler sollen in der Stunde das folgende erkennen:

- Zerfallsfunktion bei konstanter Anfangsmenge
- Allgemeine Zerfallsfunktion
- Zusammenhang zum Wachstum

#### Fachliche und didaktische Analyse

Damit die Schüler eine bekannte Struktur erkennen, soll ähnlich wie bei der Einführung der Wachstumsprozesse vorgegangen werden. Zunächst werden verschiedene Wachstumsfaktoren bei gleicher Anfangsmenge bearbeitet, so dass die Schüler auf die Funktionsgleichung  $f(x) = a^x$ ,  $0 < a < 1$ , kommen. Da die Schüler bereits beim Wachstum verschiedene Anfangsmengen kennen gelernt haben, sollten sie beim Zerfall diesen Transfer schnell leisten können, so dass an dieser Stelle keine weiteren Aufgaben nötig sind. Somit sollte schnell die allgemeine Zerfallsfunktion  $f(x) = k \cdot a^x$  erarbeitet werden können.

## Methodische Analyse

Mit dem ersten Arbeitsblatt sollen die Schüler ein Gefühl für Zerfallsprozesse erhalten und anhand eines Problems die Funktionsgleichung selbst aufstellen. Über mehrere Aufgabenteile kann dann auf  $f(x) = a^x$  verallgemeinert werden.

Die Vorgehensweise ist wie beim Wachstum, so dass das Vorwissen aus den vergangenen Stunden aufgegriffen werden kann. Dadurch kann man die Zerfallsfunktionen den Wachstumsfunktionen gegenüberstellen. Dies soll anhand von Folien geschehen, so dass die Schüler die Symmetrie erkennen. Nachdem diese Symmetrie visualisiert wurde, soll sie auch noch einmal rechnerisch überprüft werden, indem z.B.

$$\begin{aligned} (1/2)^{-3} \quad \text{und} \quad 2^3 \\ (1/2)^3 \quad \text{und} \quad 2^{-3} \end{aligned}$$

gegenübergestellt werden.

Es soll dann auf die Form  $(\frac{1}{2})^x = 2^{-x}$  und  $(\frac{1}{2})^{-x} = 2^x$  verallgemeinert werden. Hierbei müssen die Schüler die Potenzgesetze aus der vorherigen Unterrichtseinheit anwenden.

Bei den Wachstumsprozessen wurde bereits mit verschiedenen Anfangsmengen gearbeitet, so dass die Schüler an dieser Stelle auch für den Zerfall die allgemeine Funktionsgleichung aufstellen können müssten.

Wenn die Schüler auf die allgemeine Form  $f(x) = k \cdot a^x$  gekommen sind, will ich noch mal darauf eingehen, wie das  $a$  bei den verschiedenen Prozessen aussieht. In der letzten Stunde haben die Schüler vermutet, dass  $a$  eine positive natürliche Zahl sein muss. Nun sollen sie erkennen, dass  $a$  eine positive reelle Zahl sein darf, wobei die Zahl  $a = 1$  ausgeschlossen wird, da dies weder einen Wachstums- noch einen Zerfallsprozess darstellt. Außerdem sollen sie erkennen dass für Wachstumsprozesse  $a > 1$  ist und beim Zerfall  $0 < a < 1$ . Damit ihnen dieser Zusammenhang klar wird, stelle ich noch die Frage, was z.B.  $a = \frac{3}{4}$  und  $a = \frac{7}{3}$  für ein Prozess ist.

Als Anwendung soll die bereits bekannte Zinseszinsformel

$$\begin{aligned} K_n &= K_0 \cdot q^n \\ q &= \left(1 + \frac{p}{100}\right), \quad (q \text{ Wachstumsfaktor, } p \text{ Wachstumsrate}) \end{aligned}$$

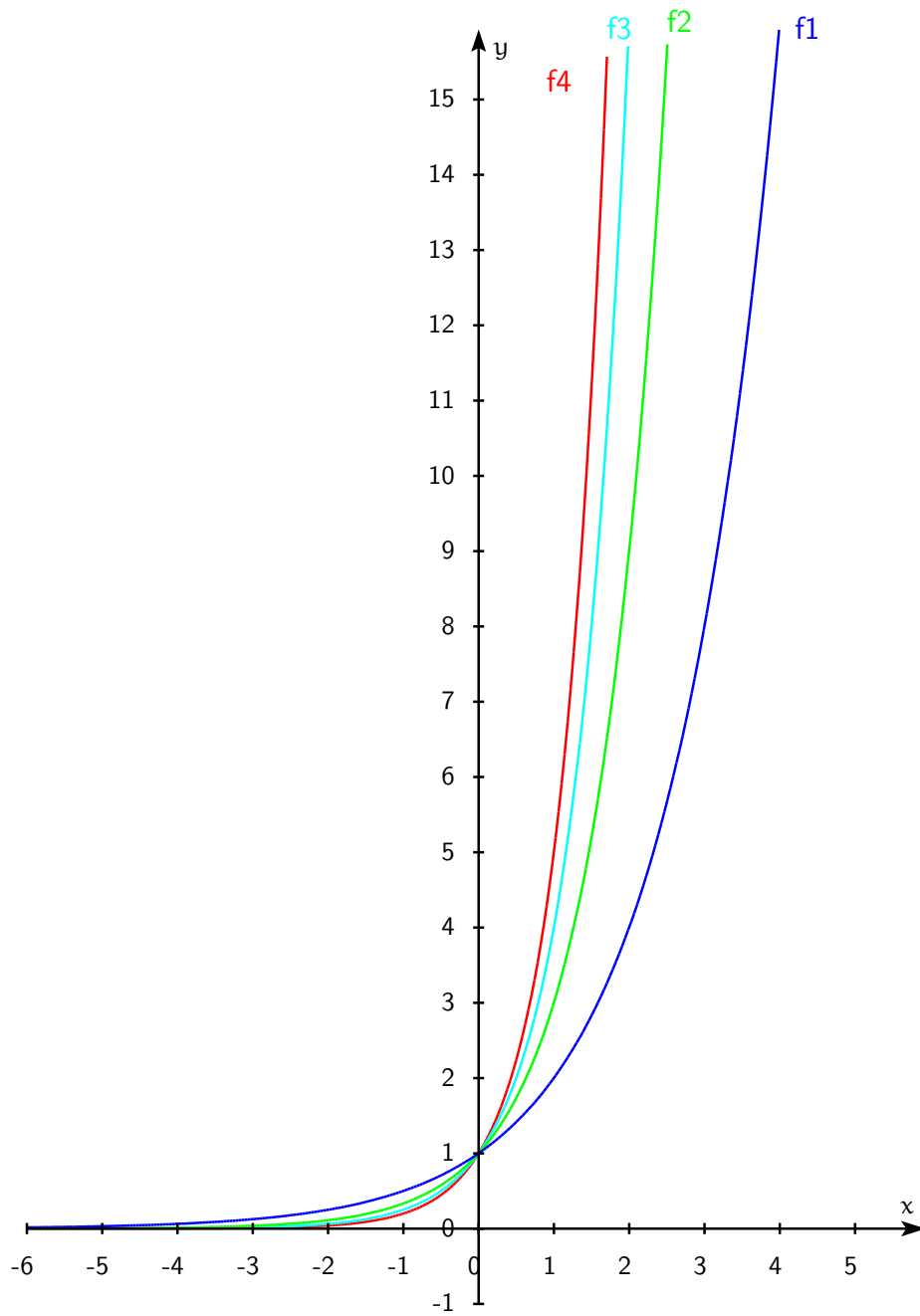
der Wachstumsformel  $y = k \cdot a^x$  gegen übergestellt werden.

Dabei soll erkannt werden, dass  $a$  der Wachstumsfaktor ist. Eine Wachstumsrate von z.B. 100 % entspricht  $q = 2$  und damit einer Verdoppelung. Anschließend sollen die Schüler auf dem dritten Arbeitsblatt Aufgaben lösen, um das bisher Gelernte anzuwenden.

## Zeitplanung

Sollte nicht genügend Zeit sein, so kann die Sicherungsphase mit den verschiedenen Aufgaben auch in die Hausaufgabe verlegt werden.

Fach: Mathematik		Klasse 10b		Freitag 02.04.2004 0. Stunde		Thema: Zerfallsprozesse	
Zeit in min	Phase	Materialvorlage	Geplantes Lehrerverhalten Unterrichtsschritte	Erwartetes Schülerverhalten	Sozialform	Medien	
20	Erarbeitung	Aufgabe Präsentation der Lösung Frage	L. verteilt Arbeitsblatt L. fragt nach Lösung des Arbeitsblattes  L. stellt Frage, wie der Zerfall zum Wachstum steht.  L. fragt, wie man rechnerisch auf Symmetrie kommt  L. stellt Frage, wie der Zerfall mit allgemeinen Anfangsmengen aussieht.	S. bearbeiten Arbeitsblatt S. sollen Lösung darstellen  S. sollen Symmetrie erkennen: <ul style="list-style-type: none"> <li>Anhand Graph</li> <li>Anhand bekannter Potenzgesetze</li> </ul>	Partnerarbeit U-Gespräch  Gelenktes U-Gespräch  Gelenktes U-Gespräch	Arbeitsblatt Arbeitsblatt auf Folie  OHP Folien der Graphen  Tafel  Tafel  Folie mit Graphen	
10	Sicherung	Frage Frage	L. stellt Frage nach $a$ in Funktionsvorschrift. Wie muss $a$ bei Wachstum und beim Zerfall aussehen? L. stellt Frage ob z.B. $a = \frac{7}{3}$ Zerfallsprozess oder Wachstumsprozess ist	S. formulieren die allgemeine Definition des Zerfalls S. formulieren ihre Ansichten  S. sollen gelerntes anwenden		Tafel	
5	Anwendung	Vergleich	L. stellt Zinsezinsformel auf und stellt die Frage, wie es im Vergleich zu den Wachstumsprozessen aussieht L. erzählt etwas über Wachstumsfaktor und Wachstumsrate			Folie	
10	Anwendung		L. gibt verschiedene Wachstums- und Zerfallsaufgaben vor	S. sollen bisher gelerntes anwenden  S. sollen weitere Aufgaben bearbeiten	L.-Vortrag  Partnerarbeit	Folie  Arbeitsblatt	
	Hausaufgabe						

Abbildung 1:  $f1(x) = 2^x$ ,  $f2(x) = 3^x$ ,  $f3(x) = 4^x$ ,  $f4(x) = 5^x$ 

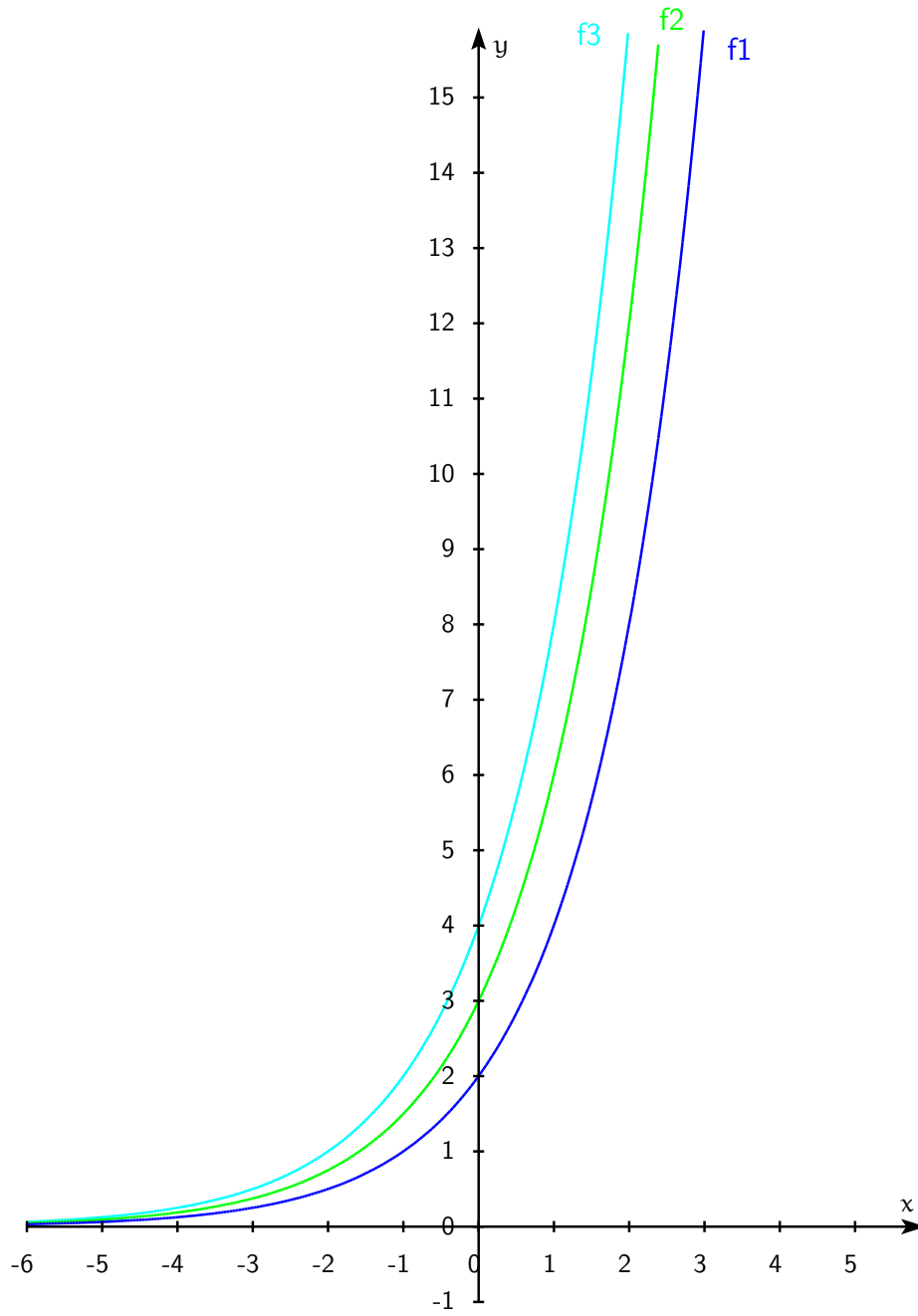


Abbildung 2:  $f1(x) = 2 \cdot 2^x$ ,  $f2(x) = 3 \cdot 2^x$ ,  $f3(x) = 4 \cdot 2^x$

Ähnlich wie bei Wachstumsprozessen ist die Situation auch bei Zerfallsprozessen. Diese kommen in der Natur z.B. bei der Verwesung abgestorbener Lebewesen, beim Abbau von Medikamenten und von Alkohol im Blut und beim Zerfall radioaktiver Stoffe wie Radium, Plutonium, Uran u.a. vor.

### Aufgabe

Eine Bakterienkultur im Labor wiegt 1 g. Diese Bakterien zerfallen so, dass jede Stunde nur noch die Hälfte da ist.

1. Auf wie viel Gramm sind die Bakterien nach 4 Stunden zerfallen?
  - (a) Tabelliere den Bakterienzerfall bis zur vierten Stunde.
  - (b) Wie lautet die zugehörige Funktionsgleichung?
  - (c) Wie viele Bakterien sind 4 (3, 2, 1) Stunden vor Beginn der Beobachtung in der Petrischale gewesen?
  - (d) Veranschauliche den Zerfall in einem Koordinatensystem von der vierten Stunde vor Beobachtungsbeginn bis zur vierten Stunde nach Beobachtungsbeginn. (1g = 1 cm, 1 Stunde = 1 cm)
2. Wie viel Gramm Bakterien sind in der Petrischale, wenn sich die Bakterien dritteln (vierteln, fünfteln)?

Trage die Werte ebenfalls in die Tabelle ein und zeichne alle Verläufe in das gleiche Koordinatensystem ein.

Anzahl der Stunden nach Beginn der Beobachtung	Gewicht der Bakterien in g bei Halbierung			
-4				
-3				
-2				
-1				
0				
1				
2				
3				
4				

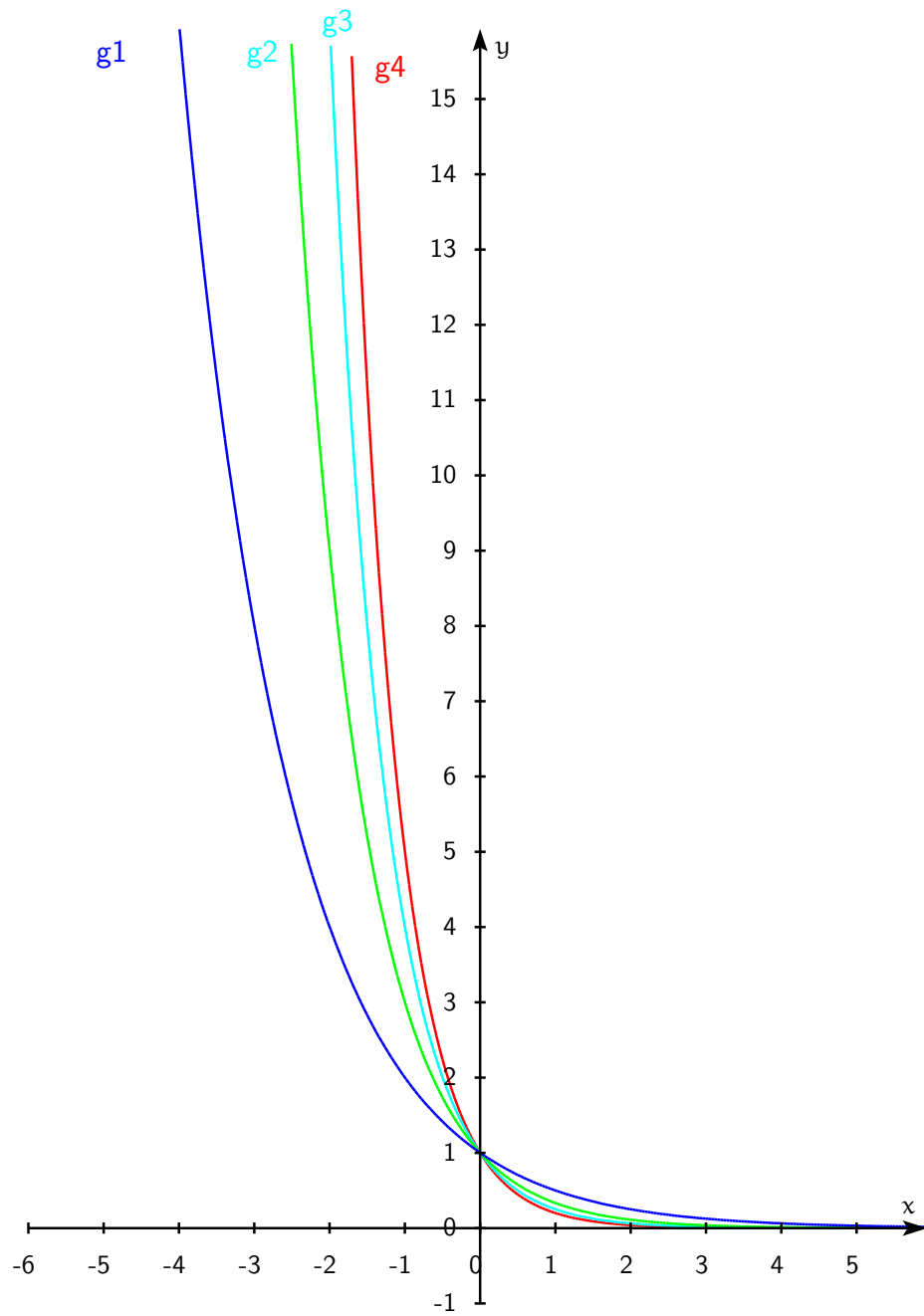


Abbildung 3:  $g1(x) = (\frac{1}{2})^x$ ,  $g2(x) = (\frac{1}{3})^x$ ,  $g3(x) = (\frac{1}{4})^x$ ,  $g4(x) = (\frac{1}{5})^x$



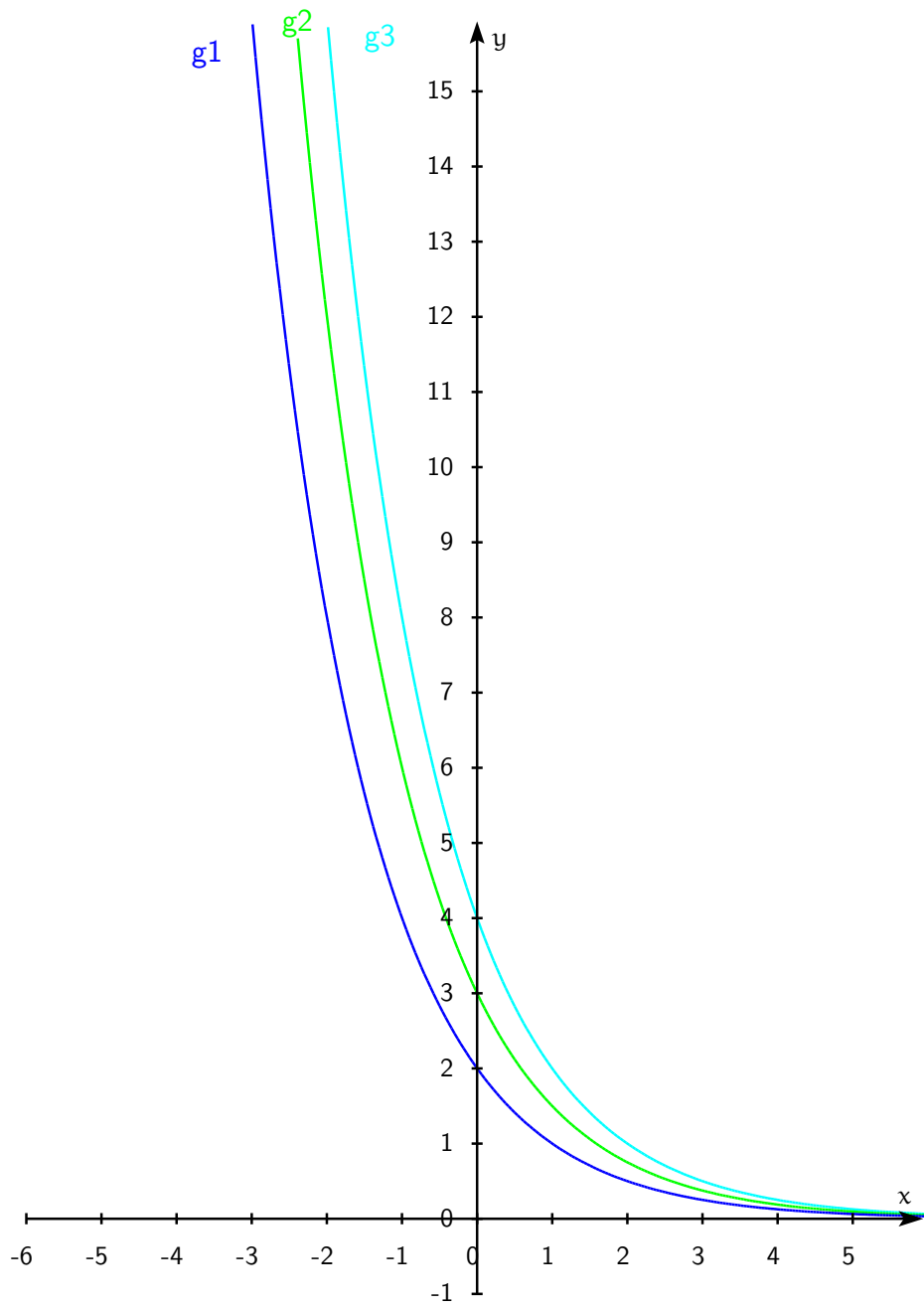


Abbildung 4:  $g1(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $g2(x) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $g3(x) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Wachstumsprozesse

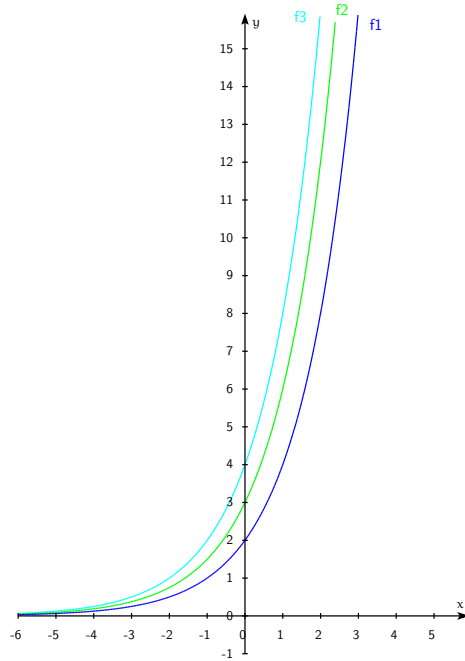
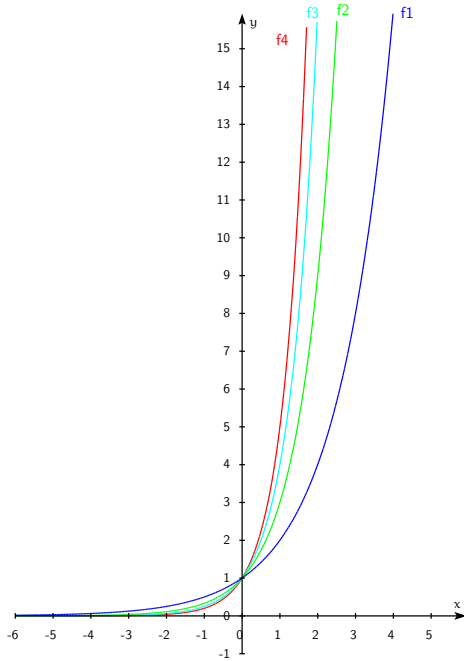


Abbildung 5:  $f_1(x) = 2^x$ ,  $f_2(x) = 3^x$ ,  $f_3(x) = 4^x$ ,  $f_4(x) = 5^x$

Abbildung 6:  $f_1(x) = 2 \cdot 2^x$ ,  $f_2(x) = 3 \cdot 2^x$ ,  $f_3(x) = 4 \cdot 2^x$

Zerfallsprozesse

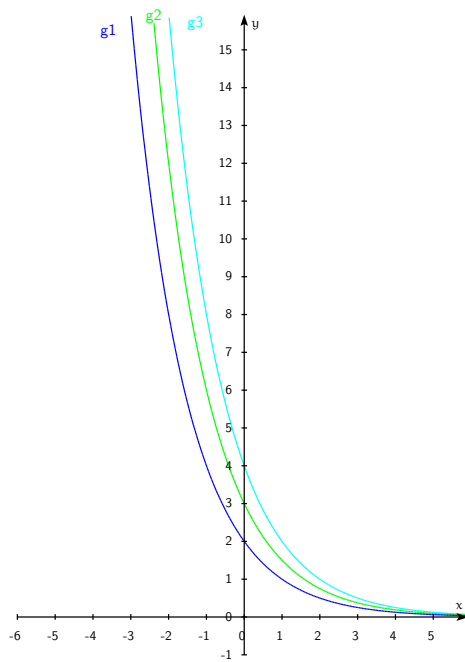
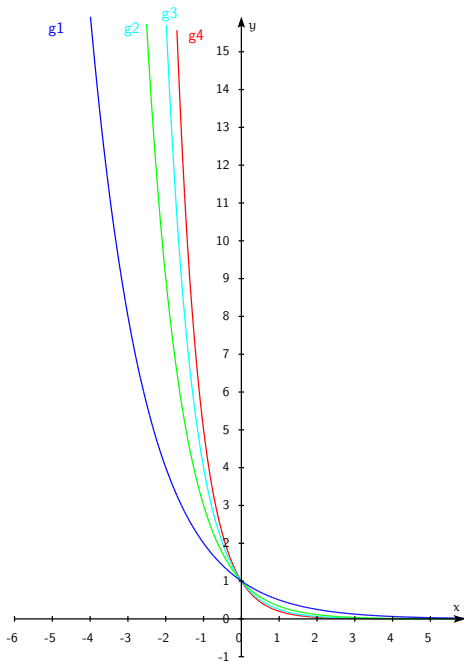


Abbildung 7:  $g_1(x) = (\frac{1}{2})^x$ ,  $g_2(x) = (\frac{1}{3})^x$ ,  $g_3(x) = (\frac{1}{4})^x$ ,  $g_4(x) = (\frac{1}{5})^x$

Abbildung 8:  $g_1(x) = 2 \cdot (\frac{1}{2})^x$ ,  $g_2(x) = 3 \cdot (\frac{1}{2})^x$ ,  $g_3(x) = 4 \cdot (\frac{1}{2})^x$

1. Eine Vogelkolonie wächst von einem anfänglichen Bestand von 10 Tieren jährlich um 300 % Zeichne einen Graphen der die Entwicklung des Bestandes innerhalb der nächsten 5 Jahre zeigt.
2. Ein Badesee wurde durch Chemikalien verseucht. Dabei wurde eine Konzentration von 120 ppm gemessen. Die Verunreinigung nimmt alle 5 Tage um etwa 15 % ab. Der gesundheitlich unbedenkliche Wert liegt bei 10 ppm. Kann nach 2 Monaten (=60 Tagen) der See wieder zum Baden freigegeben werden?
3. Im Jahr 2000 hatte die Schweiz 7,26 Mio. Einwohner und eine Wachstumsrate von 0,4 %. Wie viele Einwohner hat die Schweiz bei gleich bleibender Wachstumsrate im Jahr 2005?
4. Eine Unterwasserkamera benötigt 35 % des Tageslichts, um gute Aufnahmen zu machen. In einem See nimmt die Lichtintensität pro Meter um 15 % ab. Zeichne einen Graphen zur Abnahme der Lichtintensität und lies ab, bis zu welcher Tiefe man ohne künstliche Lichtquelle Aufnahmen machen kann.
5. Verbindet man die Seitenmitten eines Quadrates, so erhält man wieder ein Quadrat. Der Flächeninhalt ist nur noch halb so groß. Auf diese Art erhält man immer kleinere Quadrate-

- (a) Das Anfangsquadrat ist  $1 \text{ dm}^2$  groß. Wie groß ist das 3. [das 4.; das 6.] eingezeichnete Quadrat?

Lege eine Tabelle an.

- (b) Gib die Größen auch in  $\text{cm}^2$  an.

