

HS II-04-2

Stundenentwurf

Name:	Xenia Rendtel	Schule:
Semester:	1.	Schulleiter:
Fach:	Mathematik	Anleiter:
Klasse:	Grundkurs S2	Hauptseminarleiter:
Datum der Stunde:	26.05.2004	Fachseminarleiterin:
Angeleiteter Unterricht		

Thema der Unterrichtseinheit: Stochastik

Thema der Stunde: Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen

Anmerkungen zur Klasse

Einbettung des Themas in den Lehrplan

Es ist nach dem Rahmenplan Mathematik vorgesehen, in der Oberstufe das Thema der Stochastik zu behandeln.

Lernvoraussetzungen

In der Unterrichtseinheit Stochastik sind bisher folgende Gebiete erarbeitet worden:

- Zufallsexperimente und Ergebnisse
- Ereignisse, Ereignisräume und Mengenoperationen
- Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten
- Baumdiagramme und Pfadregeln
- Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Satz von Bayes

In dieser Stunde soll die Einführung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen folgen. Die Schüler haben bereits gleichverteilte Zufallsexperimente kennengelernt, aber noch nicht die Verallgemeinerung auf verschieden verteilte Zufallsgrößen. Dies wird sich in den nächsten Stunden weiter fortsetzen. Unter anderem kann der Erwartungswert direkt im Anschluss an diese Stunde eingeführt werden.

Groblernziele

Die Schüler sollen lernen, mit Zufallsgrößen zu arbeiten.

Feinlernziele

Ich werde in dieser Stunde folgende Punkte behandeln:

- Die Definition einer Zufallsgröße.
- Was ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung?

Fachliche und didaktische Analyse

Bisher haben die Schüler nur die Laplaceverteilung kennen gelernt, in der Realität treten allerdings viele verschiedene Verteilungen auf, die in dieser und den folgenden Stunden behandelt werden sollen. Als erstes Beispiel wird in dieser Stunde die Augensumme beim Würfeln mit zwei Würfeln behandelt. An diesem Beispiel werden die Begriffe Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung, um sie in den folgenden Stunden als Werkzeug für die Beschreibungen verschiedener Verteilungen nutzen zu können.

Methodische Analyse

Die Stunde beginnt mit der Einstiegsaufgabe, in der die absoluten Häufigkeiten für das 300fache Werfen zweier Würfel gegeben sind. Die Schüler sollen in Partnerarbeit die relativen Häufigkeiten für die möglichen Augensummen auszählen und in einem Histogramm den theoretisch berechneten Wahrscheinlichkeiten gegenüberstellen. Die Ergebnisse sollen auf dem Overheadprojektor präsentiert werden.

Die Schüler sollten erkennen, dass die Ergebnisse nicht gleichwahrscheinlich sind und dass sich die Wahrscheinlichkeiten der Augensummen als Tabelle darstellen lassen.

Die Tabelle entspricht als Abbildung genau der Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße. Die Begriffe Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung werden vom Lehrer anhand des Beispiels eingeführt und schließlich formal definiert.

Hieran schließt sich eine Vertiefungsphase an, in der die Schüler auf dem Aufgabenblatt weitere Aufgaben bearbeiten sollen. Damit noch Zeit zur Besprechung bleibt, sollen zunächst zwei weitere Aufgaben bearbeitet werden. Sollte sich die Sicherungsphase etwas in die Länge ziehen, so kann auch bereits vor der Anwendungsphase Schluss gemacht werden und die Anwendungsphase in die Hausaufgaben verlegt werden. Ich hoffe aber, dass sich bereits in der Stunde diese Anwendungsphase anschließt.

Phase	Materialvorlage	Geplantes Lehrerverhalten Unterrichtsschritte	Erwartetes Schülerverhalten	Sozialform	Medien
Erarbeitung	Aufgabe Präsentation der Lösung	L. verteilt Arbeitsblatt L. fragt nach Lösung	S. bearbeiten Arbeitsblatt S. stellen Lösung dar	Partnerarbeit U.-Gespräch	Arbeitsblatt OHP, Folien
Sicherung		L. führt die Begriffe 1. Zufallsgröße 2. Wahrscheinlichkeits- verteilung anhand von Einstiegsaufgabe ein	S. notieren Definitionen	L.-Vortrag	Tafel, OHP
Anwendung	L. gibt zwei wei- tere Aufgaben vor	S. sollen bisher gelerntes anwen- den	Partnerarbeit	Arbeitsblatt	
Hausaufgabe	Arbeitsblatt	L. fragt nach Lösung L. gibt Rest als Hausaufgabe auf	S. stellen Lösung dar	U.-Gespräch	Tafel

Einstiegsaufgabe

Zwei Würfel (ein roter und ein blauer) werden 300-mal geworfen; die Häufigkeiten für die einzelnen Ergebnisse sind in der nebenstehenden Tabelle festgehalten.

Jedem der Zahlenpaare kann dessen Augensumme zugeordnet werden.

Entnehmen Sie der Tabelle die absoluten und relativen Häufigkeiten, mit denen die verschiedenen Augensummen auftraten.

Vergleichen Sie die relativen Häufigkeiten mit der Wahrscheinlichkeit, dass beim Werfen zweier Würfel die Augensumme 2, 3, 4, ..., 12 auftritt. Stellen Sie beide Verteilungen mithilfe eines Histogramms dar.

		blauer Würfel					
		1	2	3	4	5	6
roter Würfel	1	10	4	6	5	7	9
	2	9	5	8	13	6	15
	3	8	9	7	7	8	8
	4	11	5	8	5	6	9
	5	15	9	5	13	1	9
	6	12	13	7	13	8	7

Aufgaben

1. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der folgenden Zufallsgrößen an.

- X: Produkt der Augenzahlen beim Wurf zweier Würfel.
- X: Anzahl der Würfe mit Augenzahl 6 beim Wurf dreier Würfel.
- X: Maximum der Augenzahlen beim Wurf zweier Würfel.

2. Zeitgenossen von GALILEI glaubten, dass beim 3fachen Werfen eines Würfels die Chancen für das Auftreten der Augensumme 11 und der Augensumme 12 gleich groß sind, denn für die Augensumme 11 gibt es 6 verschiedene Möglichkeiten:

$$1 + 4 + 6; \quad 2 + 3 + 6; \quad 1 + 5 + 5; \quad 2 + 4 + 5; \quad 3 + 3 + 5; \quad 3 + 4 + 4,$$

und für die Augensumme 12 ebenfalls

$$1 + 5 + 6; \quad 2 + 4 + 6; \quad 3 + 3 + 6; \quad 2 + 5 + 5; \quad 3 + 4 + 5 \quad \text{und} \quad 4 + 4 + 4.$$

GALILEI erkannte den Denkfehler. Worin besteht er?

3. Welches Ereignis ist im Folgenden beschrieben? Geben Sie es als Menge an.

- X: Maximum der Augenzahlen beim Wurf von 2 Würfeln; Ereignis $X = 5$
- X: Minimum der Augenzahlen beim 2fachen Würfeln; Ereignis $X = 2$

4. Die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Mädchens beträgt ungefähr $\frac{1}{2}$.

Eine Familie mit 3 Kindern wird zufällig ausgesucht. Betrachten Sie die Zufallsgröße X: Anzahl der Mädchen.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt das Ereignis $X = 0$, $X = 1$, $X = 2$, $X = 3$ auf?



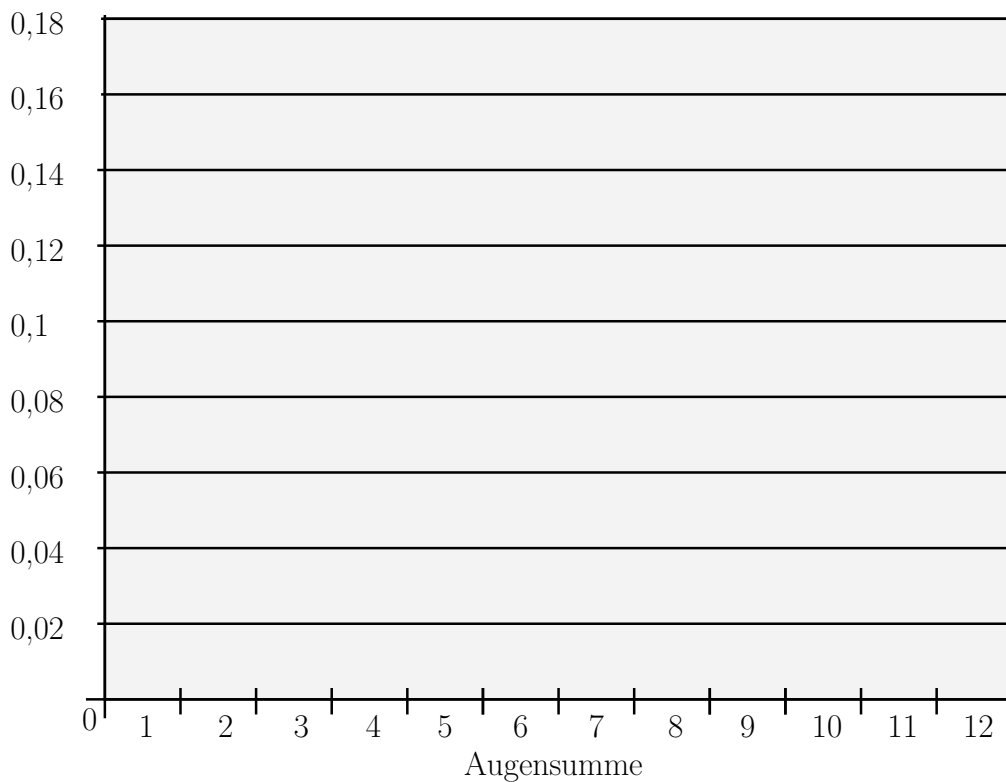
5. A und B vereinbaren ein Würfelspiel:

Zeigt der Würfel von Spieler A eine kleinere Augenzahl als der Würfel von Spieler B, dann muss A an B 1 € zahlen und umgekehrt. Zeigen beide Würfel gleiche Augenzahl, dann gewinnt keiner.

Betrachten Sie die Zufallsgröße X : Gewinn (in €) des Spielers A in einer Spielrunde.

Bestimmen Sie die Verteilung der Zufallsgröße X .

Augen- summe	zugehörige Ergebnisse	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit	Wahrschein- lichkeit
2	(1 1)			
3	(1 2), (2 1)			
4	(1 3), (2 2), (3 1)			
5	(1 4), (2 3), (3 2), (4 1)			
6	(1 5), (2 4), (3 3), (4 2), (5 1)			
7	(1 6), (2 5), (3 4), (4 3), (5 2), (6 1)			
8	(2 6), (3 5), (4 4), (5 3), (6 2)			
9	(3 6), (4 5), (5 4), (6 3)			
10	(4 6), (5 5), (6 4)			
11	(5 6), (6 5)			
12	(6 6)			

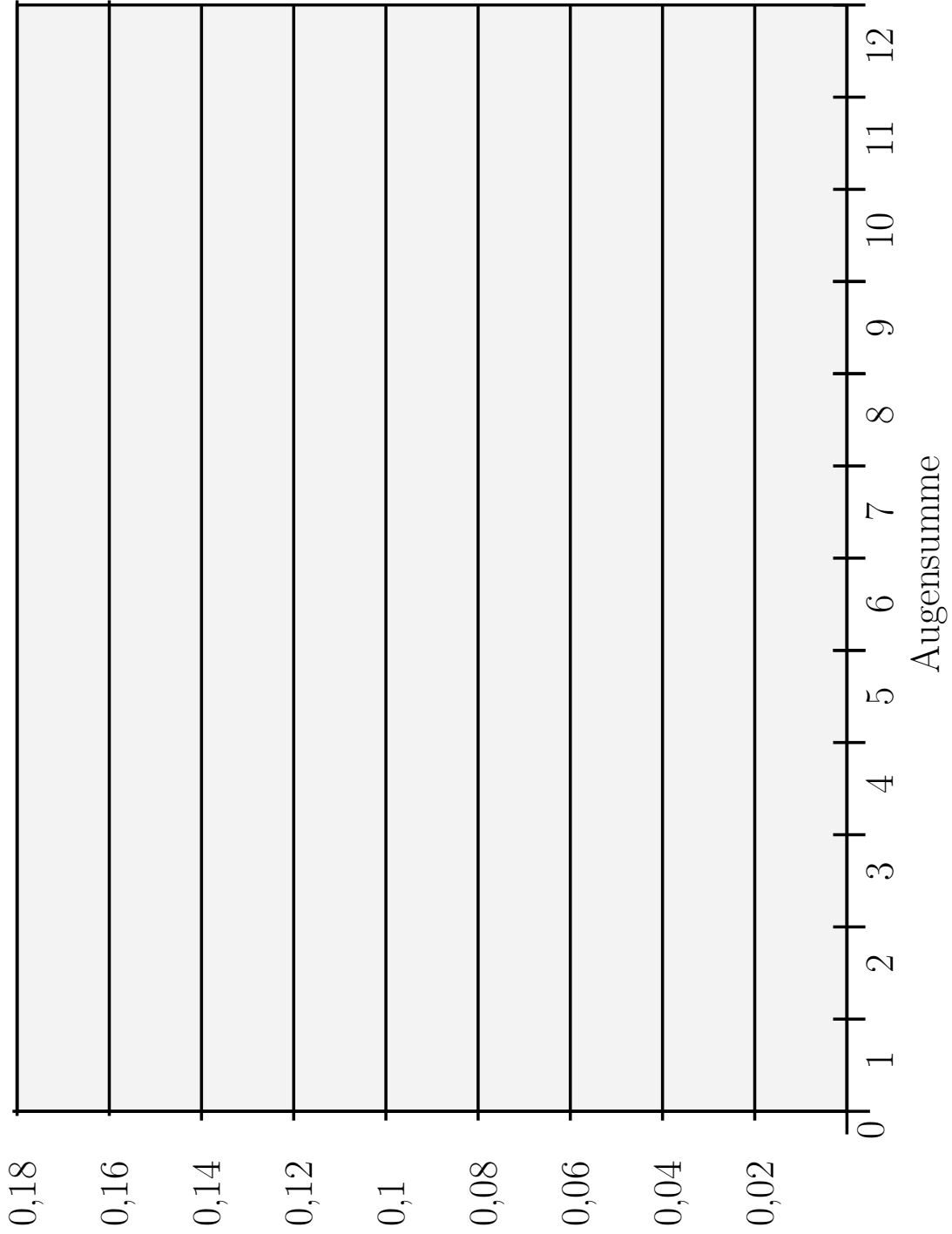


Zufallsgrößen und deren Verteilung					St 11 F
Augen- summe	zugehörige Ergebnisse	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit	Wahrschein- lichkeit	
2	(1 1)				
3	(1 2), (2 1)				
4	(1 3), (2 2), (3 1)				
5	(1 4), (2 3), (3 2), (4 1)				
6	(1 5), (2 4), (3 3), (4 2), (5 1)				
7	(1 6), (2 5), (3 4), (4 3), (5 2), (6 1)				
8	(2 6), (3 5), (4 4), (5 3), (6 2)				
9	(3 6), (4 5), (5 4), (6 3)				
10	(4 6), (5 5), (6 4)				
11	(5 6), (6 5)				
12	(6 6)				

Zufallsgrößen und deren Verteilung					
Augen- summe	zugehörige Ergebnisse	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit	Wahrschein- lichkeit	
2	(1 1)	10	0,033	$\frac{1}{36} \approx 0,028$	
3	(1 2), (2 1)	13	0,043	$\frac{2}{36} \approx 0,056$	
4	(1 3), (2 2), (3 1)	19	0,063	$\frac{3}{36} \approx 0,083$	
5	(1 4), (2 3), (3 2), (4 1)	33	0,110	$\frac{4}{36} \approx 0,111$	
6	(1 5), (2 4), (3 3), (4 2), (5 1)	47	0,157	$\frac{5}{36} \approx 0,139$	
7	(1 6), (2 5), (3 4), (4 3), (5 2), (6 1)	51	0,170	$\frac{6}{36} \approx 0,167$	
8	(2 6), (3 5), (4 4), (5 3), (6 2)	46	0,153	$\frac{5}{36} \approx 0,139$	
9	(3 6), (4 5), (5 4), (6 3)	34	0,113	$\frac{4}{36} \approx 0,111$	
10	(4 6), (5 5), (6 4)	23	0,077	$\frac{3}{36} \approx 0,083$	St 11 F
11	(5 6), (6 5)	17	0,057	$\frac{2}{36} \approx 0,056$	
12	(6 6)	7	0,023	$\frac{1}{36} \approx 0,028$	

		Zufallsgrößen und deren Verteilung			S = 11 F	
Augen- summe	zugehörige Ergebnisse	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit	Wahrschein- lichkeit		
2	(1 1)	10	0,033	$\frac{1}{36} \approx 0,028$		
3	(1 2), (2 1)	13	0,043	$\frac{2}{36} \approx 0,056$		
4	(1 3), (2 2), (3 1)	19	0,063	$\frac{3}{36} \approx 0,083$		
5	(1 4), (2 3), (3 2), (4 1)	33	0,110	$\frac{4}{36} \approx 0,111$		
6	(1 5), (2 4), (3 3), (4 2), (5 1)	47	0,157	$\frac{5}{36} \approx 0,139$		
7	(1 6), (2 5), (3 4), (4 3), (5 2), (6 1)	51	0,170	$\frac{6}{36} \approx 0,167$		
8	(2 6), (3 5), (4 4), (5 3), (6 2)	46	0,153	$\frac{5}{36} \approx 0,139$		
9	(3 6), (4 5), (5 4), (6 3)	34	0,113	$\frac{4}{36} \approx 0,111$		
10	(4 6), (5 5), (6 4)	23	0,077	$\frac{3}{36} \approx 0,083$		
11	(5 6), (6 5)	17	0,057	$\frac{2}{36} \approx 0,056$		
12	(6 6)	7	0,023	$\frac{1}{36} \approx 0,028$		

Histogramm



Histogramm

