

12.1 Einstiegsaufgabe

Ein Spielautomat ist so konstruiert, dass pro Spiel die nebenstehenden Beträge ausgeschüttet werden. Der Einsatz pro Spiel beträgt 0,50 €. Welchen Gewinn kann man im Mittel pro Spiel erwarten? Bestimmen Sie dazu zunächst den Mittelwert des Gewinns in 100 Spielen.

Ausgezahlter Betrag	zugehörige Wahrscheinlichkeit
0 €	0,25
0,20 €	0,40
0,50 €	0,20
1,00 €	0,10
2,00 €	0,05

12.2 Aufgaben

1. Bestimmen Sie die Erwartungswerte:

- (a) Ein Spielautomat wirft Beträge mit der nebenstehenden Wahrscheinlichkeit. Bestimmen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X : Ausgezahlter Betrag.
- (b) Für Spielautomaten gibt es gesetzliche Bestimmungen. Wenn z.B. ein Spiel weniger als 30 Sekunden dauert, muss der Erwartungswert der Zufallsgröße X : Ausgezahlter Betrag mindestens 60 % des Einsatzes betragen. Welcher Einsatz ist in (a) notwendig?
- (c) Dauert ein Spiel z.B. zwischen 30 und 60 Sekunden, muss der Erwartungswert 70 % des Einsatzes betragen. Der Einsatz beträgt 0,20 €. Sind im nebenstehenden Beispiel die gesetzlichen Bestimmungen erfüllt?

Betrag	Wahrscheinlichkeit
0,20 €	$\frac{1}{10}$
0,50 €	$\frac{1}{20}$
1 €	$\frac{1}{30}$
2 €	$\frac{1}{75}$

Tab. 1: Automat A

Betrag	Wahrscheinlichkeit
0,10 €	$\frac{1}{5}$
0,20 €	$\frac{1}{10}$
0,50 €	$\frac{1}{25}$
1 €	$\frac{1}{30}$
2 €	$\frac{1}{100}$

Tab. 2: Automat B

2. Bei einem Klassenfest muss jeder der 25 Teilnehmer ein Los kaufen. Der erste Preis hat einen Wert von 15 €, der zweite von 10 €, der dritte von 4 €. Außerdem gibt es noch Trostpreise im Wert von 0,50 €. Was müsste ein Los kosten, damit Einnahmen und Ausgaben übereinstimmen.
3. Beim Roulette braucht man nicht unbedingt auf eine der 37 Zahlen $0, 1, 2, \dots, 36$ zu setzen. Man kann z.B. auf die Farbe Rot oder die Farbe Schwarz setzen. Bleibt die Kugel auf einer der 18 roten Fächer stehen, dann erhält man das Doppelte des Einsatzes zurückgezahlt. Ist dies fair? Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X : Gewinn beim Setzen auf Rot.
4. A und B vereinbaren eine Münze so lange zu werfen, bis Wappen erscheint, maximal jedoch 5-mal. A zahlt an B für jeden notwendigen Wurf 1 €. Ist nach dem 5. Wurf noch kein Wappen gefallen, muss A an B den Betrag von 7 € bezahlen.
- (a) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm und bestimmen sie die Verteilung der Zufallsgröße X : Betrag, den A an B zahlen muss und deren Erwartungswert.
- (b) Wie groß muss der Einsatz von B sein, damit die Spielregel fair ist?

